Correction 1

1. La somme de la mesure des angles dans un triangle a pour valeur 180^o. On en déduit l'égalité :

$$\widehat{CAB}+\widehat{CBA}+\widehat{ACB}=180$$
$$\widehat{CAB}+\widehat{CBA}+\frac{\pi}{2}=\pi$$
$$\widehat{CAB}+\widehat{CBA}=\pi-\frac{\pi}{2}$$
$$\widehat{CAB}+\widehat{CBA}=\frac{\pi}{2}$$

On vient de montrer que ces deux angles sont complémentaires.

2. a. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a l'expression des deux rapports trigonométriques :

$$\cos\alpha=\frac{AC}{AB}\quad;\quad\sin\beta=\frac{AC}{AB}$$

On en déduit que l'égalité du cosinus et du sinus de deux angles complémentaires.

b. On vient de montrer l'égalité :

$$\cos\alpha=\sin\beta$$

Les angles α et β étant complémentaire :

$$\cos\alpha=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$$

3. a. Dans le triangle ABC rectangle en C, on a l'expression des deux rapports trigonométriques :

$$\tan\alpha=\frac{BC}{AC}\quad;\quad\tan\beta=\frac{AC}{BC}$$

On en déduit l'égalité : $\tan\beta=\dfrac{1}{\tan\alpha}$

Ainsi, la tangente de deux angles complémentaires sont inverses l'un de l'autre.

b. On vient de montrer l'égalité :

$$\tan\beta=\frac{1}{\tan\alpha}$$
$$\tan\left(90-\alpha\right)=\frac{1}{\tan\alpha}$$

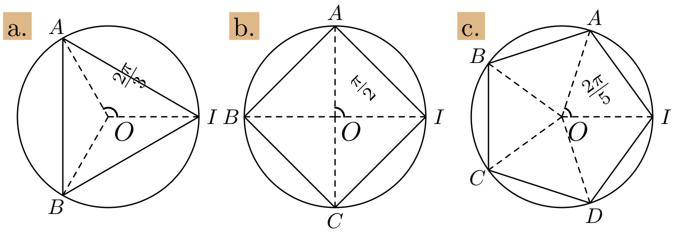
4. Etudions l'expression suivante :
$\left(\cos\alpha\right)^2+\left(\sin\alpha\right)^2$
qui admet en fonction des longueurs des côtés du triangle ABC :

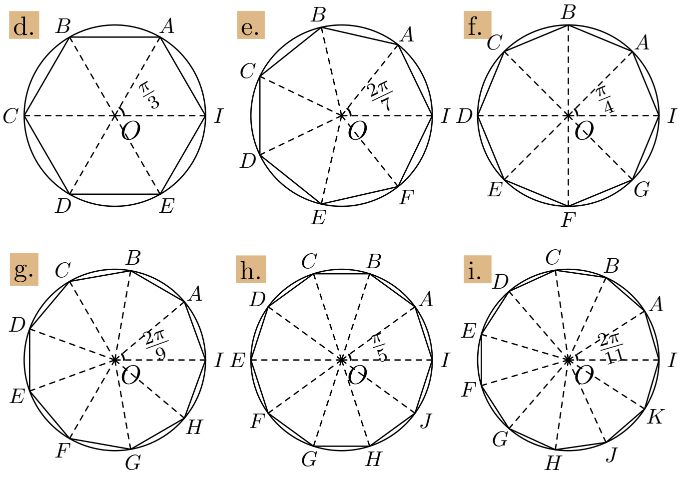
$$=\left(\frac{AC}{AB}\right)^2+\left(\frac{BC}{AB}\right)^2=\frac{AC^2}{AB^2}+\frac{BC^2}{AB^2}=\frac{AC^2+BC^2}{AB^2}$$

Le triangle ABC est rectangle en C. D'après le théorème de Pythagore :

$$=\frac{AB^2}{AB^2}=1$$

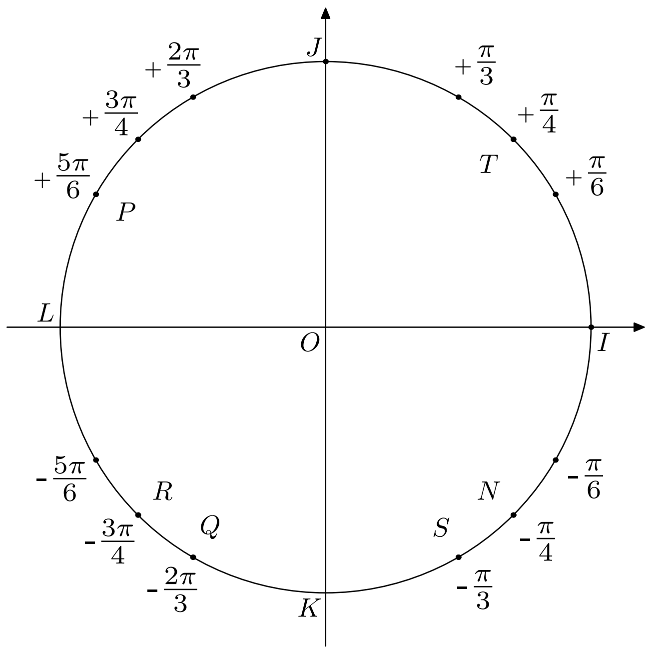
Correction 2





Correction 3

Voici le cercle complété :



Correction 4

1. On a les mesures des angles orientés repérant les points M, N et P :

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)=\frac{\pi}{6}\quad;\quad\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON}\right)=\frac{\pi}{4}\quad;\quad\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP}\right)=\frac{\pi}{3}$$

2. a. Les mesures orientés

$coord\overrightarrow{OI}\overrightarrow{OM}$ et $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'}\right)$ sont opposés.

b. On a les mesures suivantes :

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'}\right)=-\frac{\pi}{6}$$
$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON'}\right)=-\frac{\pi}{4}$$
$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP'}\right)=-\frac{\pi}{3}$$

3. a. En remarquant l'égalité suivante, à l'aide de la symétrie axiale :

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)=\left(\overrightarrow{OM''}\,;\overrightarrow{OI'}\right)$$

Par supplémentarité des angles, on a :

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM''}\right)+\left(\overrightarrow{OM''}\,;\overrightarrow{OI'}\right)=\pi$$

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM''}\right)+\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)=\pi$$

On en déduit que les deux angles orientés $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)$ et $\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM''}\right)$ sont supplémentaires.

b. Par supplémentarité des angles, on a les mesures suivantes :

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM''}\right)=\pi-\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)=\pi-\frac{\pi}{6}$$
$$=\frac{6\pi-\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$$
$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON''}\right)=\pi-\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON}\right)=\pi-\frac{\pi}{4}$$
$$=\frac{4\pi-\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$$
$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP''}\right)=\pi-\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP}\right)=\pi-\frac{\pi}{3}$$
$$=\frac{3\pi-\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$$

4. a. Par la symétrie centrale, les points M, O et M''' sont alignés. On en déduit la mesure suivante de l'angle orienté :

$$\left(\overrightarrow{OM}\,;\overrightarrow{OM'''}\right)=-\pi$$
$$\left(\overrightarrow{OM}\,;\overrightarrow{OI}\right)+\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'''}\right)=-\pi$$
$$-\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)+\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'''}\right)=-\pi$$
$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'''}\right)=\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)-\pi$$

b. On en déduit la mesure des angles orientés :

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'''}\right)=\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM}\right)-\pi=\frac{\pi}{6}-\pi$$
$$=\frac{\pi-6\pi}{6}=-\frac{5\pi}{6}$$
$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON'''}\right)=\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON}\right)-\pi=\frac{\pi}{4}-\pi$$
$$=\frac{\pi-4\pi}{4}=-\frac{3\pi}{4}$$
$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP'''}\right)=\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OP}\right)-\pi=\frac{\pi}{3}-\pi$$
$$=\frac{\pi-3\pi}{3}=-\frac{2\pi}{3}$$

Correction 5

1. a. Le point M a pour coordonnées : $M\left(\cos\frac{\pi}{6}\,;\,\sin\frac{\pi}{6}\right)$.

D'après les valeurs trigonométriques des angles remarquables :

$$M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$$

b. Par la symétrie axiale d'axe (OJ), le point M' a pour coordonnées :

$$M'\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$$

La figure ci-dessous montre que l'angle repérant le point M' est le supplémentaire de $\frac{\pi}{6}$:

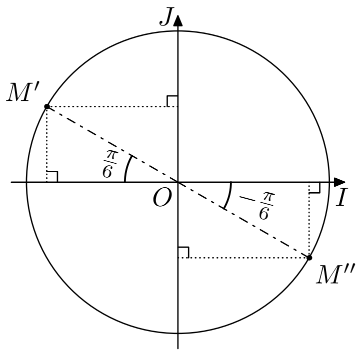
$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM'}\right)=\pi-\frac{\pi}{6}=\frac{5\pi}{6}$$

c. Par la symétrie axiale d'axe (OI), le point M'' a pour coordonnées :

$$M''\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\,;\,-\frac{1}{2}\right)$$

La figure ci-dessous montre que l'angle repérant le point N' est :

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OM''}\right)=-\frac{\pi}{6}$$



2. a. Repérer par l'angle $\frac{\pi}{3}$ repérant le point N :

$$N\left(\cos\frac{\pi}{3}\,;\,\sin\frac{\pi}{3}\right)=\left(\frac{1}{2}\,;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

b. Le point N' a pour coordonnées : $N'\left(-\frac{1}{2}\,;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

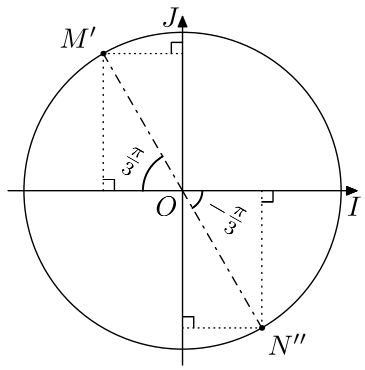
L'angle repérant le point N' a pour angle :

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON'}\right)=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2\pi}{3}$$

c. Le point N'' a pour coordonnées : $N''\left(\frac{1}{2}\,;\,-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

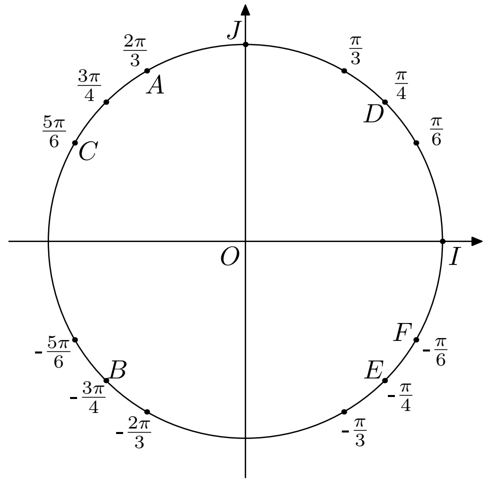
L'angle repérant le point N'' a pour angle :

$$\left(\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{ON'}\right)=-\frac{2\pi}{3}$$



Correction 6

1. Voici les six points représentés sur le cercle trigonométrique :



2. Par lecture graphique, voici les valeurs des cosinus et des sinus associées à chacun de ces six angles :

a. $\cos\frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2}$; $\sin\frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b. $\cos\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

c. $\cos\frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$

d. $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

e. $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

f. $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

Correction 7

1. a. $\cos\left(x-\pi\right) = \cos\left[-(\pi-x)\right] = \cos(\pi-x) = -\cos x$

b. $\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left[-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right] = -\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$
$= -\cos x$

c. $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \sin\left[\pi-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right] = \sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$
$= \cos x$

d. $\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left[\pi-\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\right] = -\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$
$= -\sin x$

2. a. $\tan\left(x+\pi\right) = \frac{\sin(x+\pi)}{\cos(x+\pi)} = \frac{-\sin x}{-\cos x} = \tan x$

b. $\tan\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)} = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{\tan x}$

Correction 8

1. a. D'après la formule donnée dans l'énoncé, on a :

$$\left(\cos\frac{\pi}{8}\right)^2 + \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1$$
$$\left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}\right)^2 + \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1$$
$$\frac{2+\sqrt{2}}{4} + \left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1$$
$$\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = 1 - \frac{2+\sqrt{2}}{4}$$
$$\left(\sin\frac{\pi}{8}\right)^2 = \frac{2-\sqrt{2}}{4}$$
$$\sin\frac{\pi}{8} = \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}$$
$$\sin\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$$

b. $\cos\frac{5\pi}{8} = \cos\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right) = -\sin\frac{\pi}{8} = -\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

c. Sur son ensemble de définition, la fonction tangente vérifie la relation :
$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Utilisons cette égalité pour $x=\frac{\pi}{8}$:

$$\tan\frac{\pi}{8} = \frac{\sin\frac{\pi}{8}}{\cos\frac{\pi}{8}} = \frac{\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}}{\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$
$$= \sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}} = \sqrt{\frac{(2-\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}}$$
$$= \sqrt{\frac{4-4\sqrt{2}+2}{4-2}} = \sqrt{\frac{6-4\sqrt{2}}{2}}$$
$$= \sqrt{\frac{2(3-2\sqrt{2})}{2}} = \sqrt{3-2\sqrt{2}}$$

2. On a les manipulations suivantes :

$$A = \cos\frac{9\pi}{8} - 3\cdot\sin\frac{5\pi}{8} + 2\cdot\cos\frac{7\pi}{8}$$
$$= \cos\left(\frac{\pi}{8}+\pi\right) - 3\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\right) + 2\cdot\cos\left(\pi-\frac{\pi}{8}\right)$$
$$= \left(-\cos\frac{\pi}{8}\right) - 3\cdot\cos\frac{\pi}{8} + \left(-2\cdot\cos\frac{\pi}{8}\right)$$
$$= -\cos\frac{\pi}{8} - 3\cdot\cos\frac{\pi}{8} - 2\cdot\cos\frac{\pi}{8} = -6\cdot\cos\frac{\pi}{8}$$

Correction 9

1. Il faut enlever 3 tours au point A pour obtenir la mesure principale de son abscisse :

$$\frac{20}{3}\pi - 3\times(2\pi) = \frac{20}{3}\pi - \frac{18}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi$$

2. a. Il faut ajouter deux tours au point B pour obtenir la mesure principale de son abscisse :

$$-\frac{17}{5}\pi + 2\times(2\pi) = -\frac{17}{5}\pi + \frac{20}{5}\pi = \frac{3}{5}\pi$$

b. Il faut enlever trois tours au point C pour obtenir la mesure principale de son abscisse :

$$\frac{43}{8}\pi - 3\times(2\pi) = \frac{43}{8}\pi - \frac{48}{8}\pi = -\frac{5}{8}\pi$$

Correction 10

a. La division euclidienne de $\dfrac{9}{4}$ par 2 donne : $\dfrac{9}{4}=1\times2+\dfrac{1}{4}$.
Ainsi, on a :
$$\frac{9\pi}{4}=\frac{\pi}{4}+2\pi$$
Ainsi, la mesure principale de $\dfrac{9\pi}{4}$ est $\dfrac{\pi}{4}$.

b. On observe que $\dfrac{192\pi}{6}=32\pi=0+16\times2\pi$.
Ainsi, la mesure principale de $\dfrac{192\pi}{6}$ est 0.

c. La division euclidienne de $-\dfrac{5}{4}$ par 2 ne nous permettra pas de mettre en avance la mesure principale de $\dfrac{5\pi}{4}$.
$$-\frac{5\pi}{4}+2\pi-\frac{5\pi}{4}+\frac{8\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$$
Ainsi, $-\dfrac{5\pi}{4}=\dfrac{3\pi}{4}-2\pi$.
La mesure principale de $-\dfrac{5\pi}{4}$ est $\dfrac{3\pi}{4}$

d. La division euclidienne de $\dfrac{33}{2}$ par 2 donne :
$$\frac{33}{2}=8\times2+\frac{1}{2}$$
On obtient $-\dfrac{33\pi}{2}=-\dfrac{\pi}{2}-8\times2\pi$
La mesure principale de $-\dfrac{33\pi}{2}$ est $-\dfrac{\pi}{2}$.

e. La division euclidienne de $\dfrac{16}{7}$ par 2 ne permettra pas de mettre en avance des tours complets *(des multiples de 2π)*.
$$\frac{16\pi}{7}-2\pi=\frac{(16-14)\pi}{7}=\frac{2\pi}{7}$$
Ce qui permet d'écrire :
$$\frac{16\pi}{7}=\frac{2\pi}{7}+2\pi$$

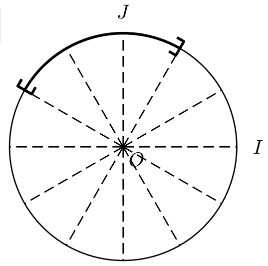
f. La division euclidienne de $\dfrac{51}{3}$ par 2 donne :
$$\frac{52}{3}=16\times2+\frac{4}{3}$$
Ce qui permet d'écrire :
$$\frac{52\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}+16\times2\pi\implies\frac{52\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}+2k\pi$$
Ainsi, les nombres $\dfrac{52\pi}{3}$ et $\dfrac{4\pi}{3}$ ont la même mesure principale mais $\dfrac{4\pi}{3}\in\left]-\pi\,;\pi\right]$.
$$\frac{4\pi}{3}-2\pi=-\frac{2\pi}{3}\implies\frac{4\pi}{3}=-\frac{2\pi}{3}+2\pi$$
Ainsi, on a :
$$\frac{52\pi}{3}=\frac{4\pi}{3}+16\times2\pi=-\frac{2\pi}{3}+2\pi+16\times2\pi=-\frac{2\pi}{3}+18\times2\pi$$
La mesure principale de $\dfrac{52\pi}{3}$ est $-\dfrac{2\pi}{3}$.

Correction 11

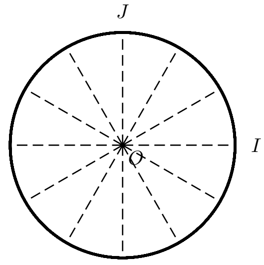
1. a. $\left]-\pi\,;-\dfrac{\pi}{2}\right]\cup\left]\dfrac{2\pi}{3}\,;\pi\right]$

b. $\left]-\pi\,;-\dfrac{5\pi}{6}\right]\cup\left[-\dfrac{\pi}{6}\,;\dfrac{\pi}{6}\right[\cup\left[\dfrac{5\pi}{6}\,;\pi\right]$

2. a.



b.



Correction 12

1. a. $\left(\overrightarrow{AF}\,;\overrightarrow{AD}\right)=\left(\overrightarrow{AF}\,;\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AD}\right)$
$$=-\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}=-\frac{2\pi}{6}+\frac{3\pi}{6}=\frac{\pi}{6}+2k\pi$$
On remarquera puisque $ABCD$ est un carré et que ABF est un triangle équilatéral de base $[AB]$ que les longueurs AF et AD sont égales : le triangle AFD est isocèle en A.

La somme des angles dans un triangle vaut π, ce qui se traduit par :
$$\left(\overrightarrow{AF}\,;\overrightarrow{AD}\right)+\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DF}\right)+\left(\overrightarrow{FD}\,;\overrightarrow{FA}\right)=\pi$$
$$\frac{\pi}{6}+2\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DF}\right)=\pi$$
$$2\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DF}\right)=\pi-\frac{\pi}{6}$$
$$2\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DF}\right)=\frac{5\pi}{6}$$
$$\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DF}\right)=\frac{5\pi}{12}+2k\pi$$
On en déduit que $\left(\overrightarrow{DF}\,;\overrightarrow{DA}\right)=-\dfrac{5\pi}{12}+2k\pi$

b. $\left(\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DF}\right)=\left(\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DA}\right)+\left(\overrightarrow{DA}\,;\overrightarrow{DF}\right)$
$$=-\frac{\pi}{2}+\frac{5\pi}{12}=-\frac{\pi}{12}+2k\pi$$

2. a. On a :
$$\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{CE}\right)=\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CE}\right)=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}$$
$$=\frac{3\pi}{6}+\frac{2\pi}{5}=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$$
Le triangle CDE est isocèle en C.
La somme de la mesure des angles dans un triangle valant π, on peut écrire :
$$\left(\overrightarrow{EC}\,;\overrightarrow{ED}\right)+\left(\overrightarrow{DE}\,;\overrightarrow{DC}\right)+\left(\overrightarrow{CD}\,;\overrightarrow{CE}\right)=\pi$$
$$2\cdot\left(\overrightarrow{DE}\,;\overrightarrow{DC}\right)+\frac{5\pi}{6}=\pi$$
$$2\cdot\left(\overrightarrow{DE}\,;\overrightarrow{DC}\right)=\frac{\pi}{6}$$
$$\left(\overrightarrow{DE}\,;\overrightarrow{DC}\right)=\frac{\pi}{12}+2k\pi$$
D'où : $\left(\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DE}\right)=-\dfrac{\pi}{12}+2k\pi$

3. On remarque que $\left(\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DE}\right)=\left(\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DF}\right)$.
On en déduit que les points D, F et E sont alignés.

Remarque : le raisonnement pour cette dernière déduction est en fait un peu plus long :

Grâce à l'égalité des angles correspondants $\left(\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DE}\right)$ et $\left(\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DF}\right)$, on montre que les droites (DF) et (DE) sont parallèles.
Ayant un point commun, ces deux droites sont confondues : par un point, il ne passe qu'une droite parallèle à une autre *(cinquième postulat d'Euclide)*

4. a. D'après la relation de Chasles, on a :

$$\left(\overrightarrow{BE}\,;\overrightarrow{CF}\right) = \left(\overrightarrow{BE}\,;\overrightarrow{BC}\right) + \left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{CB}\right) + \left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CF}\right)$$

$$= \frac{\pi}{3} + \pi - \frac{5\pi}{12} = \frac{4\pi}{12} + \frac{12\pi}{12} - \frac{5\pi}{12} = \frac{11\pi}{12} + 2k\pi$$

b. $\left(\overrightarrow{AF}\,;\overrightarrow{CE}\right)$

$$= \left(\overrightarrow{AF}\,;\overrightarrow{AB}\right) + \left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{BA}\right) + \left(\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BC}\right) + \left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{CB}\right) + \left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CE}\right)$$

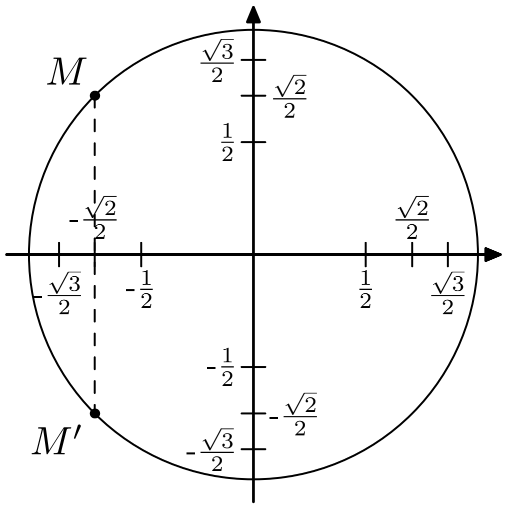
$$= -\frac{\pi}{3} + \pi - \frac{\pi}{2} + \pi + \frac{pi}{3}$$

$$= 2\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$= -\frac{\pi}{2} + 2k\pi$$

Correction 13

1. a. Voici sur le cercle trigonométrique, les deux points M et M' ayant pour abscisse la valeur $\frac{\sqrt{2}}{2}$:



b. Les deux points M et M' sont repérés sur le cercle trigonométrique par des angles orientés de mesures respectives $\frac{3\pi}{4}$ et $-\frac{3\pi}{4}$.

Ainsi, l'équation $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ admet pour ensemble des solutions :
$\mathcal{S} = \left\{-\frac{3\pi}{4}\,;\,\frac{3\pi}{4}\right\}$

2. a. L'équation de l'énoncé :

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

peut s'exprimer par l'égalité :

$$\sin x = \sin\frac{\pi}{6}$$

On en déduit les deux mesures principales prises par la variable x :

$$x = \frac{\pi}{6} \quad \Bigg| \quad x = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{6\pi - \pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

L'ensemble des solutions de cette équation dans l'intervalle des mesures principales est :
$\mathcal{S} = \left\{\frac{\pi}{6}\,;\,\frac{5\pi}{6}\right\}$

b. L'équation de l'énoncé :

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

peut s'exprimer par l'égalité :

$$\cos x = \cos\frac{\pi}{3}$$

On en déduit les deux mesures principales prises par la variable x :

$$x = \frac{\pi}{3} \quad \Big| \quad x = -\frac{\pi}{3}$$

L'ensemble des solutions de cette équation dans l'intervalle des mesures principales est :
$\mathcal{S} = \left\{-\frac{\pi}{3}\,;\,\frac{\pi}{3}\right\}$

c. L'équation de l'énoncé :

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

peut s'exprimer par l'égalité :

$$\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)$$

On en déduit les deux mesures principales prises par la variable x :

$$x = -\frac{\pi}{3} \quad \Bigg| \quad x = \pi - \left(\frac{\pi}{3}\right) = \pi + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi + \pi}{3} = \frac{4\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi$$

L'ensemble des solutions de cette équation dans l'intervalle des mesures principales est :
$\mathcal{S} = \left\{-\frac{2\pi}{3}\,;\,-\frac{\pi}{3}\right\}$

3. L'équation de l'énoncé :

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

peut s'exprimer par l'égalité :

$$\cos x = \cos\frac{\pi}{6}$$

Ainsi, toutes les solutions de l'équation s'expriment sous l'une des deux formes ci-dessous où k est une entier relatif :

$$x = \frac{\pi}{6} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \quad ; \quad x = -\frac{\pi}{6} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi$$

Ainsi, l'ensemble des solutions dans $\mathbb{R}$ admet pour expression :

$$\mathcal{S} = \left\{\frac{\pi}{6} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \,\middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\} \bigcup \left\{-\frac{\pi}{6} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \,\middle|\, k \in \mathbb{Z}\right\}$$

Correction 14

1. a. L'équation de l'énoncé :

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
admet pour expression :
$$\cos x = \cos\frac{\pi}{4}$$
On en déduit les deux solutions dans l'intervalle des mesures principales :
$$x = \frac{\pi}{4} \quad ; \quad x = -\frac{\pi}{4}$$
L'ensemble des solutions de l'équation est :
$$\mathcal{S} = \left\{-\frac{\pi}{4} \,;\, \frac{\pi}{4}\right\}$$

b. L'équation de l'énoncé :
$$\sin x = -\frac{1}{2}$$
admet pour expression :
$$\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$
On en déduit les deux solutions :
$$x = -\frac{\pi}{6} \quad \left| \quad \begin{aligned} x &= \pi - \left(-\frac{\pi}{6}\right) \\ x &= \pi + \frac{\pi}{6} \\ x &= \frac{6\pi + \pi}{6} \\ x &= \frac{7\pi}{6} \\ x &= -\frac{5\pi}{6} + 2\pi \end{aligned}\right.$$
Ainsi, l'ensemble des solutions dans l'intervalle des mesures principales est :
$$\mathcal{S} = \left\{-\frac{5\pi}{6} \,;\, -\frac{\pi}{6}\right\}$$

c. L'équation de l'énoncé :
$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
admet pour expression :
$$\sin x = \sin\frac{\pi}{3}$$
On en déduit les deux solutions :
$$x = \frac{\pi}{3} \quad \left| \quad \begin{aligned} x &= \pi - \frac{\pi}{3} \\ &= \frac{3\pi - \pi}{3} \\ &= \frac{2\pi}{3} \end{aligned}\right.$$
Ainsi, l'ensemble des solutions dans l'intervalle des mesures principales est :
$$\mathcal{S} = \left\{\frac{\pi}{3} \,;\, \frac{2\pi}{3}\right\}$$

d. L'équation de l'énoncé :
$$\cos x = -\frac{1}{2}$$
admet pour expression :
$$\cos x = \cos\frac{2\pi}{3}$$
On en déduit les deux solutions de cette équation :
$$x = \frac{2\pi}{3} \quad ; \quad x = -\frac{2\pi}{3}$$
Ainsi, l'ensemble des solutions dans l'intervalle des mesures principales est :
$$\mathcal{S} = \left\{\frac{2\pi}{3} \,;\, -\frac{2\pi}{3}\right\}.$$

2. a. L'égalité de l'énoncé :
$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
donne l'égalité :
$$\cos x = \cos\frac{\pi}{6}$$
Ainsi, le nombre x doit vérifier l'une des deux équations où k représente un entier relatif quelconque :
$$x = \frac{\pi}{6} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \quad ; \quad x = -\frac{\pi}{6} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi$$
Ainsi, l'ensemble des solutions admet pour expression :
$$\mathcal{S} = \left\{\frac{\pi}{6} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \,\middle|\, k\in\mathbb{Z}\right\} \bigcup \left\{-\frac{\pi}{6} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \,\middle|\, k\in\mathbb{Z}\right\}$$

b. L'égalité de l'énoncé :
$$\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$
donne l'égalité :
$$\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$
Ainsi, le nombre x doit vérifier l'une des deux équations où k représente un entier relatif quelconque :
$$x = -\frac{\pi}{4} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \quad \left| \quad \begin{aligned} x &= \pi - \left(-\frac{\pi}{4}\right) + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \\ &= \pi + \frac{\pi}{4} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \\ &= \frac{5\pi}{4} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \\ &= 2\pi - \frac{3\pi}{4} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \\ &= -\frac{3\pi}{4} + 2{\cdot}(k+1){\cdot}\pi \\ &= -\frac{3\pi}{4} + 2{\cdot}k'{\cdot}\pi \end{aligned}\right.$$
Ainsi, l'ensemble des solutions admet pour expression :
$$\mathcal{S} = \left\{-\frac{\pi}{4} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \,\middle|\, k\in\mathbb{Z}\right\} \bigcup \left\{-\frac{3\pi}{4} + 2{\cdot}k{\cdot}\pi \,\middle|\, k\in\mathbb{Z}\right\}$$